SOLUTIONS

Solution 1 :

1°/ f est continue sur $]-1, +\infty[$

d'où f admet sur $]-1, +\infty[$ une primitive F

2°/ $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2\sqrt{x+1} + c$

$or \begin{cases} F(0) = 0 \\ F(0) = -2 + c \end{cases}$ d'où $c = 2$

Conclusion : $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2\sqrt{x+1} + 2$

Solution 2 :

1°/ f est continue sur $\mathbb{R}^+$ comme étant le quotient de fonctions continues sur $\mathbb{R}^+$

D'où f admet sur $\mathbb{R}^+$, une primitive F

2°/ $f(x) = \frac{2}{3} . \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$

$\Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + c$

Or $\begin{cases} F(0) = 1 \\ F(0) = \frac{2}{3} + c \end{cases}$ d'où $c = \frac{1}{3}$

Conclusion : $F(x) = \frac{2}{3} . \sqrt{x^3+1} + \frac{1}{3}$